



Отчет по договор 102 ни 122-20:

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ХАРАКТЕРИСТИКИТЕ НА ОПТИЧНИ УСИЛВАТЕЛИ НА БАЗАТА НА ЛЕГИРАНО С ЕРБИЙ ВЛАКНО И НЕЛИНЕЙНИ ОПТИЧНИ СЪЕДИНИТЕЛИ

с ръководител проф. д-р Иван М. Узунов – ДПФ и участници:

1. гл. ас. д-р Тодор Арабаджиев - ДПФ
2. доц. д-р Цветан Мицев – ФТК
3. доц. д-р Калин Димитров - ФТК

Този отчет е публикуван на сайта на Департамента по приложна физика:

http://phys.tu-sofia.bg/Projects/ОТЧЕТ_102ni122-20_2011.pdf

София, 02.11.2011г.

Съдържание:

1. Експериментално и числено изследване на модела на ефективната спектрална ширина на шумовата мощност за описание на характеристиките на оптичен усилвател с легирано с ербий влакно. Резюме	3
1.1. Описание на експерименталната установка	3
1.2. Числено моделиране на системата уравнения описващи разпространението на напмпващата, сигналната и шумовата мощности в EDFA	4
1.3. Сравнение на експерименталните и числени резултати	6
1.4. Числено изследване на възможностите на модела на EDFA използващ ефективната спектрална ширина на шумовата мощност на генерираното спонтанно излъчване	7
2. Раманово саморазсейване на свръхкъси импулси при усилването им с оптичен усилвател с легирано с ербий влакно. Резюме.	11
2.1. Базово уравнение	11
2.2. Пертурбационни методи	12
2.3. Числено изследване на базовото уравнение.	14
2.4. Сравнение на израза получен с помощта на хиперболичния Линстедт-Поанкаре пертурбационен метод с численото решение на базовото уравнение и аналитичното решение на Гагنون и Беланжер.	17
2.5. Кратко обобщение на получените по част 2 резултати.	18
3. Числени методи. Резюме.	19
3.1. Сравнение на два числени метода за анализ на Раманово саморазсейване в оптични влакна.	19
4. Извършване на пертурбационен анализ на силно нелинейна система обикновени диференциални уравнения (СОДУ) с помощта на функциите на Якоби.	21
4.1. Получаване и числено решаване на СОДУ на нелинеен оптичен съединител.	21
5. Публикации по проекта	23

Съответствие на съдържанието с план програмата:

За по-добро представяне на резултатите и съответствието им с направените публикации, съдържанието на отчета е структурирано в 4 основни точки.

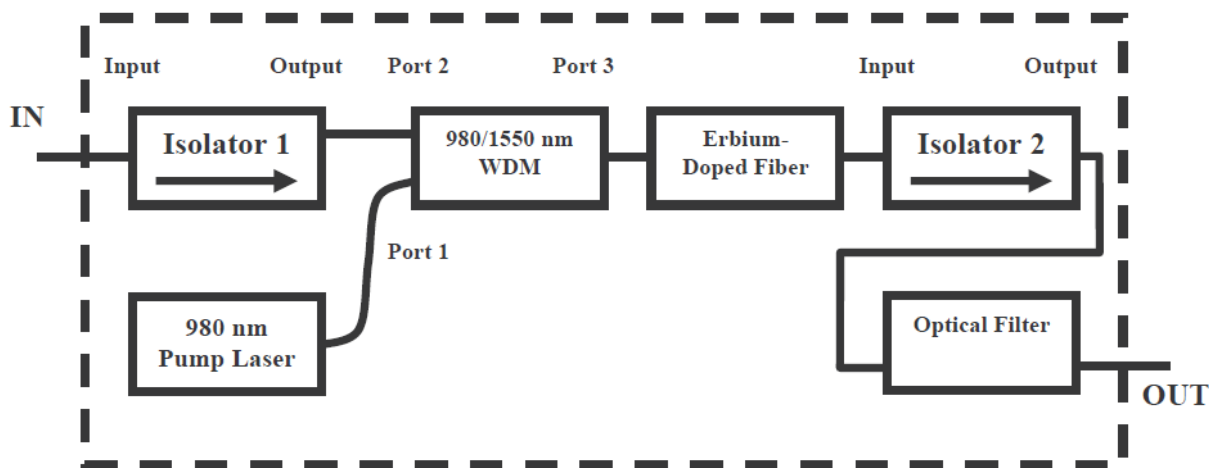
1. Експериментално и числено изследване на модела на ефективната спектрална ширина на шумовата мощност за описание на характеристиките на оптичен усилвател с легирано с ербий влакно

Резюме: Закупен е оптичен усилвател с легирано с ербий влакно. Експериментално е изследвана приложимостта на приближения модел на ефективната спектрална ширина на шумовата мощност за описание на характеристиките на оптичния усилвател с легирано с ербий влакно. За приложение на модела на ефективната спектрална ширина на шумовата мощност е създаден пакет от програмни продукти на Mathematica. Установено е много добро съответствие между получените експериментални и числени резултати. Създадената лабораторна установка ще бъде използвана като лабораторно упражнение в курс по оптични технологии, подготвен за ФКСУ.

1.1 Описание на експерименталната установка

От фирмата „Амоникс”- Хонконг в ТУ-София е доставен и монтиран влакнест усилвател, включващ следните основни компоненти: а) сигнален полупроводников лазер с разпределена обратна връзка (DFB) излъчващ на основна честота от 1560 nm с регулируема мощност до 1.5 mW. Предвидена е възможност за температурно пренастройване на честотата на излъчване в диапазона 1550-1562 nm.; б) напмпващ полупроводников лазер излъчващ на честота 980 nm с регулируема мощност до 155 mW, допълнително снабден с детектор на оптична мощност; в) легирано с ербий влакно (EDF) от тип R37103 с дължина 2.5 m; и г) фотоприемник. Допълнителни компоненти са: WDM 980/1550 мултиплексор, оптични изолатори 1550 nm, оптичен филтър 1560 nm и FC/UPC конектори. Предвидена е възможност за свързване на спектрален анализатор чрез допълнителен извод.

Схемата на свързване на всички изброени компоненти, реализираща EDFA е показана на фиг.1.



Фиг. 1. Монтажна схема на легирания с ербий оптичен усилвател. Сигналният лазер и детектора се включват на изводите означени съответно с IN и OUT.

Легираното с ербий влакно, използвано в усилвателя е допълнително легирано с алуминий и лантаний. Параметъра на насищане на влакното по данни от производителя е $\xi = 1.03 \times 10^{16} (ms)^{-1}$ което означава, че концентрацията на ербиевите йони е $N_0 \approx 1.364 \times 10^{25} m^{-3}$. С допълнителното легиране се редуцират ефектите от по-високата концентрация на ербиевите йони и ОН индуцираните загуби. Спектралната зависимост на коефициентите на абсорбция $\alpha(\lambda)$ и усилване $g(\lambda)$ на влакното предоставени от производителя.

1.2 Числено моделиране на системата уравнения описващи разпространението на напмпващата, сигналната и шумовата мощности в EDFA

Уравненията описващи разпространението на сигналната P_S ($\lambda = 1560 nm$), напмпващата P_P^+ ($\lambda = 980 nm$) и шумовите мощности P_{ASE}^+ (forward ASE) и P_{ASE}^- (backward ASE) по дължината на влакното имат вида:

$$\begin{aligned} \frac{dP_S}{dz} &= \Gamma_S (\sigma_S^E N_2 - \sigma_S^A (N_0 - N_2)) P_S \\ \frac{dP_P^+}{dz} &= \pm \Gamma_P (\sigma_P^E N_2 - \sigma_P^A (N_0 - N_2)) P_P^+ \\ \frac{dP_{ASE}^\pm}{dz} &= \pm (\Gamma_S \sigma_S^E N_2 P_0 + \Gamma_S (\sigma_S^E N_2 - \sigma_S^A (N_0 - N_2)) P_{ASE}^\pm) \end{aligned} \quad (1)$$

където Γ_S и Γ_P са факторите на припокриване на съответните оптични разпределения с частта от влакното легирана с ербий. σ_S^E, σ_P^E и σ_S^A, σ_P^A са напречните сечения на преходите при излъчване и поглъщане за разглежданите две дължини на вълната. N_0 е броят на ербиевите йони в единица обем. N_2 е броят на ербиевите йони във възбудено състояние в единица обем. $P_0 = 2h\nu_S \Delta\nu$ е мощността на спонтанната емисия, чиято посока съвпада с посоката на усилвания сигнал, h е константата на Планк, ν_S е честотата на усилвания сигнал, $\Delta\nu$ е ширината на честотната лента на пропускане на оптичния филтър в изхода на усилвателя. В съответствие с [4] приемаме, че $\Delta\nu = 1250 GHz$ ($\Delta\lambda = 10 nm$). Тъй като разглеждаме късо легирано с ербий влакно, затихването на сигналите не се отчита.

В рамките на стационарно приближение на двунивия модел на ербиевите йони [1-2], N_2 -броят на ербиевите йони във възбудено състояние в единица обем се задава чрез израза [1-2]:

$$N_2 = \frac{\frac{\tau\sigma_S^A}{Ah\nu_S} \Gamma_S P_S + \frac{\tau\sigma_S^A}{Ah\nu_S} \Gamma_S (P_{ASE}^+ + P_{ASE}^-) + \frac{\tau\sigma_P^A}{Ah\nu_P} \Gamma_P (P_P^+ + P_P^-)}{\frac{\tau(\sigma_S^E + \sigma_S^A)}{Ah\nu_S} \Gamma_S P_S + \frac{\tau(\sigma_S^E + \sigma_S^A)}{Ah\nu_S} \Gamma_S (P_{ASE}^+ + P_{ASE}^-) + \frac{\tau(\sigma_P^E + \sigma_P^A)}{Ah\nu_P} \Gamma_P (P_P^+ + P_P^-) + 1} N_0 \quad (2)$$

където $\tau \approx 10ms$ е времето на живот на възбуденото ниво на ербия, и A е ефективната площ на ербиевото разпределение.

Съвместното разглеждане на уравненията (1) и (2), означава решаването на гранична задача в две точки. Спонтанното излъчване разпространяващо се в посоката на разпространение на сигнала P_{ASE}^+ е равно на нула в началото на влакното ($P_{ASE}^+(0)=0$), а спонтанното излъчване разпространяващо се в посока обратна на разпространение на сигнала P_{ASE}^- е равно на нула в края на влакното ($P_{ASE}^-(L)=0$). Численото решаване на системата от обикновени диференциални уравненията (1) и (2) се извършва с помощта на метода на Рунге-Кута, чрез програмни продукти съставени на Mathematica. Разглежданите сигнали се разпространяват в двете посоки на влакното, отчитайки граничните условия, докато се намери самосъгласувано решение. В разглеждания случай на право напompване има 4 сигнала: усилян сигнал P_S , напompващ сигнал P_P^+ , и два шумови сигнала разпространяващи се в двете посоки P_{ASE}^+ и P_{ASE}^- . За намирането на самосъгласувано решение се прилага подходяща итеративна процедура. За описанието на спонтанното излъчване използваме модела на ефективната спектрална ширина на шумовата мощност. Упростяването свързано с прилагането на този модел идва от намаления брой шумови сигнали – два, но разпространяващи се в различни посоки.

За пресмятане на напречните сечения при поглъщане σ_p^A, σ_s^A и излъчване σ_s^E , за интересуващите ни дължини на вълната използваме спектралните зависимости на коефициентите на абсорбция и усиляване [4]. Стойностите на параметрите на абсорбция и усиляване за сигналното ($\lambda_s = 1561nm$) и напompващото ($\lambda_p = 980nm$) излъчване са: $\alpha_s = 1.365m^{-1}$, $\alpha_p = 2.236m^{-1}$, $g_s = 2.335m^{-1}$. За пресмятане на факторите на припокриване Γ_s и Γ_p използваме съотношенията [2,4]: $\Gamma_s = 1 - e^{-2a^2/W_s^2}$; $\Gamma_p = 1 - e^{-2a^2/W_p^2}$, където $a = 1.55\mu m$ е радиусът на сърцевината на влакното, а W_s, W_p са радиусите на гаусовите приближения на разпределенията на модите за двете лъчения. На свой ред W_s, W_p са пресметнати чрез приближената формула на Desurvire [1,2,9]. За факторите на припокриване Γ_s и Γ_p намираме следните стойности: $\Gamma_s = 0.59, \Gamma_p = 0.83$. Окончателно за напречните сечения при поглъщане и излъчване, за интересуващите ни дължини на вълната получаваме: $\sigma_s^A = 1.69 \times 10^{-25} m^2$; $\sigma_s^E = 2.89 \times 10^{-25} m^2$; $\sigma_p^A = 2.02 \times 10^{-25} m^2$; $\sigma_p^S = 0$

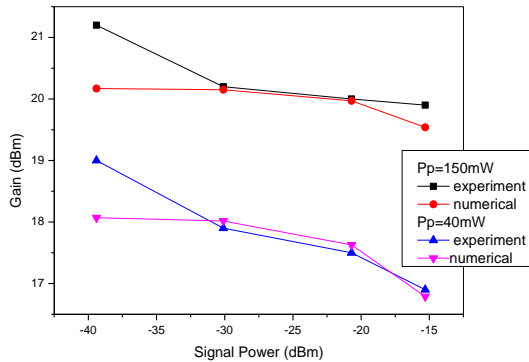
За компенсиране на загубите в използваната схема (фиг. 1) за които нямаме информация въведохме съответно два корекционни параметъра k_1 и k_2 . Техните стойности $k_1 = 0.29, k_2 = 0.84$ са получени чрез сравнение на числените и експерименталните данни. В численият модел те се въвеждат чрез коригиране стойностите на напречните сечения при поглъщане и излъчване: $\sigma_p^A = k_1 \times 2.02 \times 10^{-25} m^2$; $\sigma_s^E = k_2 \times 2.89 \times 10^{-25} m^2$. Веднъж определени тези параметри не се

променят при вариране на напompващата мощност или сигналното излъчване в двата изследвани режима на работа на усилвателя: усилване на слаб сигнал и на насищане на усилването. Тяхното използване води до-добро съответствие (максимална разлика до 10%) между експерименталните и числени резултати.

1.3. Сравнение на експерименталните и числени резултати.

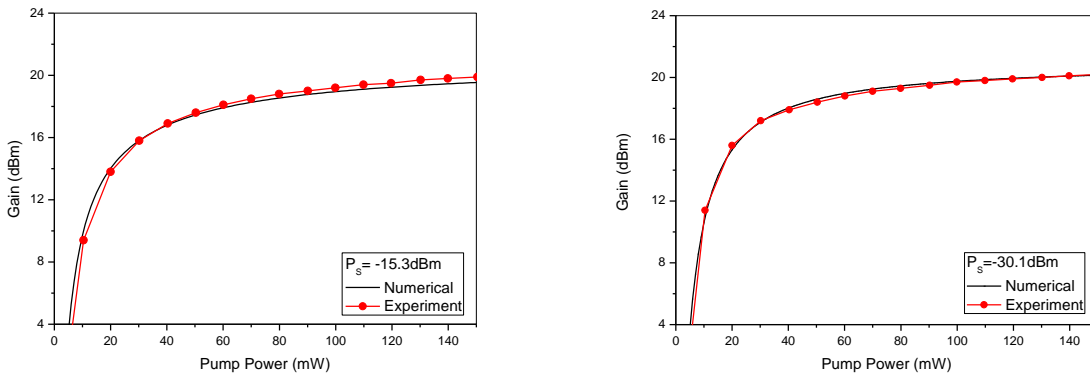
Сравняват се числените резултати от описания модел на EDFA (1) с експерименталните такива, получени с помощта на представената по-горе опитна установка в двата основни режима на усилвателя: а) усилване на малък сигнал (small signal gain) и б) насищане на усилването (gain saturation).

Изучени са следните зависимости при усилване на малък сигнал: а) вариране на мощността на сигналното излъчване при фиксирани напompваща мощност и б) вариране мощността на напompващото излъчване при фиксирана сигнална мощност (фиг. 2).



Фиг. 2. Числени и експериментални данни при усилване на слаб сигнал: вариране на мощността на сигналното излъчване при две фиксирани напompващи мощности 40-150 mW.

Максималната разлика между експерименталния и числения резултат на фиг.2 е 5.3%.

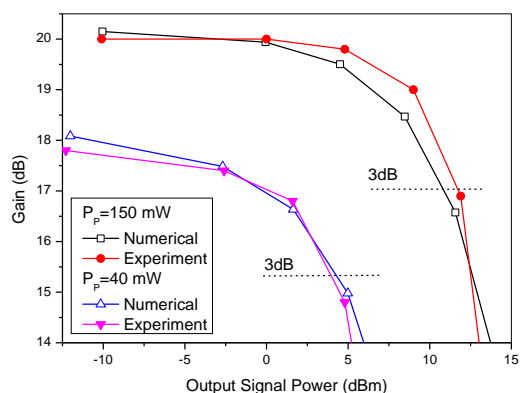


Фиг. 3. Числени и експериментални данни при усилване на слаб сигнал: фиксирани сигнални мощности - 15.3, - 30.1 dBm при вариране на мощността на напompването.

Сравнението на експерименталните и числени резултати представени на Фиг. 2 и 3 показва едно много добро съответствие. От друга страна, получените и експериментални и числени резултати добре се съгласуват с известните такива публикувани в [2].

Мощност на насищане на усилването е мощността на изходния сигнал при фиксирана напompваща мощност, при която усилването намалява с 3 dB. Този параметър е показател за насищането на усилването в EDFA, при което по-нататъшното увеличение на

мощността на сигнала води до рязко намаляване на усилването. Резултатите от численото моделиране показват, че при мощност на наpomпващото излъчване 150 mW мощността на насищане на усилването е ~10.8 dBm докато експерименталните данни показват стойност за тази мощност ~11.7 dBm. При мощност на наpomпващото излъчване 40 mW, мощността на насищане на усилването е съответно 4.89 dB при експеримента и 5.35 dB при численото моделиране. Отклонението на числените данни от експерименталните и в двата представени случая не надвишава 10%, което означава, че и в режим на насищане на усилването между числения модел и експерименталните резултати има сравнително добро качествено съответствие.



Фиг. 4. Числени и експериментални данни за изходната сигнална мощност при наpomпващи мощности от 40 и 150 mW. При 3dB спад се определя мощността на насищане на усилването.

1.4. Числено изследване на възможностите на модела на EDFA използващ ефективната спектрална ширина на шумовата мощност на генерираното спонтанно излъчване при изучаване на следните въпроси:

- а) сравняване на характеристиките на усилвател с фиксирана дължина на влакното от дължината на вълната (980 или 1480 nm) и от мощността на наpomпващото излъчване;
- б) определяне на оптималната дължина на легираното влакно като функция на дължината на вълната (980 или 1480 nm) на наpomпващото лъчение;
- в) сравняване на предимствата и недостатъците на основните схеми за реализиране на оптичното наpomпване (право, обратно и двустранно) на усилвател с фиксирана дължина на влакното и наpomпващо лъчение 980 nm. За провеждане на изследването са създадени програмни продукти на Mathematica за ползването, на която е закупен лиценз.

а) Сравнение на свойствата на усилването при право наpomпване при дължина на вълната $\lambda_p = 980\text{ nm}$ и $\lambda_p = 1480\text{ nm}$ и фиксирана дължина на влакното $L = 14\text{ m}$

Следвайки [1-A2], изследвахме особеностите на усилването в легирано с ербий влакно с дължина $L = 14\text{ m}$, на входен слаб сигнал с дължина на вълната $\lambda = 1550\text{ nm}$ и мощност $P_S(0) = -40\text{ dBm}$ (small-signal gain) при право наpomпване с дължини на вълната $\lambda_p = 980\text{ nm}$ и $\lambda_p = 1480\text{ nm}$.

В резултат при наpomпване с големи мощности, наpomпващо лъчение с дължина на вълната $\lambda_p = 980\text{ nm}$ дава по-голям коефициент на усилване отколкото това с дължина на вълната $\lambda_p = 1480\text{ nm}$. Това идва от факта, че при големи наpomпващи мощности

относителната концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 при напмпващо лъчение с дължина на вълната $\lambda_p = 980nm$ е по-голяма. Съществува непълна инверсна населеност за $\lambda_p = 1480nm$, даже при голяма напмпваща мощност дължаща се на ненулевото напречно сечение на излъчвателните преходи $\sigma_p^E = 0,5$ (за $1480nm$). В допълнение, праговата мощност (необходимата мощност за положителен коефициент на усилване) е по-голяма при $\lambda_p = 980nm$.

Сравнена е зависимостта на относителната концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 при усилването на същия входен слаб сигнал от положението във влакното при три различни мощността на напмпващото лъчение $P_p^+(0) = 4mW, 10mW, 40mW$ (mW) с дължини на вълната $\lambda_p = 980nm$ (а) и $\lambda_p = 1480nm$. При ниски напмпващи мощности ($P_p^+(0) = 4mW$), повечето от напмпващата мощност с дължина на вълната $\lambda_p = 980nm$ се поглъща в началото на влакното създавайки по-голяма относителната концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 в сравнение с $\lambda_p = 1480nm$, оставяйки обаче останалата част от влакното без напмпване. Освен това, при напмпващо лъчение с дължина на вълната $\lambda_p = 1480nm$ разпределението на относителната концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 е по-плавно но и относителната концентрация е значително по-малка. Това също е свързано с ненулевото напречно сечение на излъчвателните преходи $\sigma_p^E = 0,5$ за $\lambda_p = 1480nm$.

На какво се дължи голямата относителната концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 между 4 и 10m при голяма мощност на напмпване $P_p^+(0) = 40mW$. Отговорът ни дава зависимостта на шумовите мощности на спонтанното излъчване P_{ASE}^+ и P_{ASE}^- от положението във влакното при напмпване с $\lambda_p = 980nm$ в която с нарастването на мощността на напмпване рязко нарастват мощностите на спонтанното излъчване P_{ASE}^+ и P_{ASE}^- а голямата относителна концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 между 4 и 8 m при $P_p^+(0) = 40mW$ е свързана с факта, че точно в тази област сумарната шумова мощност на спонтанното излъчване е минимална. Нещо повече, по-ниската относителната концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 в началото на влакното при $P_p^+(0) = 40mW$ е свързана с голямата стойност на шумовата мощност на спонтанното излъчване P_{ASE}^- . И така, по-ниската относителната концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 при големи напмпващи мощности води до намаляване на коефициента на усилване. Спонтанното излъчване P_{ASE}^- преминава през област с по-голяма относителната концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 и следователно и двата случая се усилва до по-големи стойности в сравнение със спонтанното излъчване P_{ASE}^+ .

Ролята на спонтанното излъчване може да се види много добре и по изменението на мощността на напмпване при разпространението му във влакното. Най-бързо напмпващата мощност при $P_p^+(0) = 40mW$ се изменя в първите и последните няколко метра на влакното. Това е свързано с изтощаването на напмпването от спонтанните излъчвания P_{ASE}^- и P_{ASE}^+ .

И така, оказва се, по-големият коефициент на усилване при право напмпване с големи мощности, с дължина на вълната $\lambda_p = 980nm$ в сравнение с $\lambda_p = 1480nm$, за разглежданото легирано влакно, се дължи на по-голямата стойност на относителната концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 . Във формирането на последната, ключова роля при високи мощности на напмпване започва да играе сумарното спонтанното излъчване P_{ASE}^- и P_{ASE}^+ и особено частта от него, която се разпространява в посока обратна на посоката на разпространение на сигнала P_{ASE}^- .

Получените в този параграф резултати добре се съгласуват с аналогичните резултати представени в глава 6 на [2].

б) Сравнение на свойствата на усилването при право напмпване при дължина на вълната $\lambda_p = 980nm$ и $\lambda_p = 1480nm$ в зависимост от дължината на легираното влакно

Изследвани са характеристиките на усилване на сигнал с дължина на вълната $\lambda_s = 1550nm$ при: а) различни напмпващи мощности и б) различни сигнални мощности.

Както може да се очаква на разстояние до $15m$ във влакното коефициентът на усилване (при фиксирана напмпваща мощност) при напмпване с $\lambda_p = 980nm$, е по-голям от този при $\lambda_p = 1480nm$. При работа с напмпващо лъчение с $\lambda_p = 980nm$, ефективно усилване (т.е. усилване без насищане) се извършва до около $15m$ от влакното, докато при напмпване с $\lambda_p = 1480nm$, до около $30m$. В този смисъл, оптималната дължина на легираното влакно за EDFA, напмпван с лъчение с $\lambda_p = 980nm$ е около $15m$, а оптималната дължина на легираното влакно за EDFA, напмпван с лъчение с $\lambda_p = 1480nm$ е около $30m$. В същото време обаче, достигнатият коефициент на усилване в случая на $\lambda_p = 1480nm$ на около $30m$ е по-голям от този постигнат с напмпващо лъчение с $\lambda_p = 980nm$ на около $15m$. Напмпващо лъчение с $\lambda_p = 1480nm$, може да поддържа необходимата относителна концентрация на активните ербиеви йони (N_2/N_0) на значително по-големи разстояния [2]. При напмпващи мощности до около $15-20mW$, ефективността на усилването е голяма, след което тя намалява.

Физическата причина за тези резултати е свързана с особеностите на разпределението на относителната концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 по легираното влакно. Първо обстоятелство, което трябва да се отчете в тази връзка е условието за съществуване на усилване: $\sigma_s^E N_2 - \sigma_s^A N_1 = (\sigma_s^E - \sigma_s^A) N_2 - \sigma_s^A N > 0$. При

усилван сигнал с дължина на вълната $\lambda = 1550\text{nm}$, това води до $N_2/N > 4.2$. Второ обстоятелство е по-голямото напречно сечение на поглъщане $\sigma_p^A = 2,7$ при $\lambda_p = 980\text{nm}$, в сравнение с $\sigma_p^A = 2,7$ при прехода $\lambda_p = 1480\text{nm}$. По-голямото напречно сечение на поглъщане води до създаване на по-висока относителна концентрация на активните ербиеви йони (N_2/N_0). По-високата относителна концентрация на активните ербиеви йони (N_2/N_0) създава условия за по-бързо преразпределение на напompващата мощност. Третото обстоятелство, е свързано с влиянието на спонтанното излъчване върху относителната концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 . При напompващо лъчение с $\lambda_p = 980\text{nm}$ и дължина на легираното влакно $L = 14\text{m}$, с увеличаване на входната напompваща мощност генерираното сумарно спонтанно излъчване нараства. С увеличаването на дължината на легираното влакно особено съществено е нарастването на спонтанното излъчване разпространяващо се посока обратна на посоката на разпространение на сигнала P_{ASE}^- . P_{ASE}^- изтощава напompващото лъчение, като по този начин намалява ефективността на усилване на сигнала. Оказва се, че с нарастването на дължината на легираното влакно генерираната шумова мощност P_{ASE}^- при напompваща мощност с дължина на вълната $\lambda_p = 980\text{nm}$ е по-голяма от генерираната шумова мощност P_{ASE}^- при напompваща мощност с дължина на вълната $\lambda_p = 1480\text{nm}$. С нарастването на на мощността на входния сигнал се увеличава коефициента на шума.

Тези изводи корелират с изводите направени в [5].

в) Сравнение на свойствата на трите основни схеми на напompване на EDFA

Изследвани са особеностите на усилването в легирано с ербий влакно с дължина $L = 15\text{m}$ и напompващо лъчение с дължина на вълната $\lambda = 980\text{nm}$ и мощност $P_p^+ = P_p^- = 50\text{mW}$, на входен сигнал с дължина на вълната $\lambda = 1550\text{nm}$ и мощност $P_s(0) = -20\text{dBm}$ при трите схеми на напompване. Сравнени са следните характеристики на схемите на напompване: а) усилване на сигнала P_s ; б) изменение на шумовите мощности на спонтанното излъчване P_{ASE}^+ и P_{ASE}^- ; в) изменение на относителната концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 . Като резултат е получено че усилването на сигнала в случая на обратно и двустранно напompване е практически еднакво и най-голямо. Усиленият сигнал е най-малък при право напompване. Най-голяма е мощността на спонтанното излъчване P_{ASE}^- в случая на обратно напompване. При двустранно напompване, мощността на спонтанното излъчване P_{ASE}^- е по-малка от тази при обратно напompване и по-голяма от тази при право напompване. Двустранното напompване обезпечава максимална относителна концентрация на активните ербиеви йони N_2/N_0 .

Основната част от авторските резултати в този параграф са публикувани в [6,7] като се наблюдава качествено съответствие с резултати представени в [1, 2].

Използвана литература по параграф 1:

- [1] E. Desurvire, Erbium-Doped Fiber Amplifiers- Principal and Applications, John Wiley&Sons, Inc., 1994.
- [2] P. Becker, N. Olsson, and J. Simpson, Erbium-Doped Fiber Amplifier- Fundamental and Technologies, Academic Press, 1997.
- [3] G.P. Agrawal, Fiber-optic communication systems, John Wiley&Sons, Inc., 2002.
- [4] C.R. Giles, and E. Desurvire, "Modeling erbium-doped fiber amplifiers", Journal of Lightwave Technology, vol. 9, pp. 271-283, 1991.
- [5] J.H. Povsen, A. Bjarklev, O. Lumholt, H. Vendeltorp-Pommer, K. Rotwitt, and T. Rasmussen, "Optimizing gain and noise performance of EDFA's with insertion of a filter or an isolator", in Fiber Laser Sources and Amplifiers, M.J. Digonnet, and E. Snitzer, Ed. Proc. SPIE 1581, pp. 107-113, 1991.
- [6] Uzunov I.M., On the application of the model of the effective bandwidth of the amplified spontaneous emission in the investigation of EDFA, Summer School: Advanced Aspects of Theoretical Electrical Engineering Sozopol 2010, Part 1 Plenary lectures, pp. 90-101. (2010)
- [7] Т. Арабаджиев, И. Узунов, Ц. Мицев, К. Димитров, „Експериментално изследване на модела на ефективната спектрална ширина на шумовата мощност на оптични усилватели с легирано с ербий влакно“, Годишник на ТУ-София, 2011, приета за печат, том 61.

2. Раманово саморазсейване на свръхкъси импулси при усилването им с оптичен усилвател с легирано с ербий влакно.

Резюме: Теоретично е изследвано рамановото саморазсейване на фемтосекундни оптични импулси при усилването им с оптичен усилвател с легирано с ербий влакно. Приложени са два аналитични метода за анализ: адиабатичното приближение на солитонната пертурбационна теория; и нов пертурбационен метод базиращ се на използването на уравнението на Дуфинг-Ван Дер Пол и наскоро предложени два хиперболични метода за анализ на силно нелинейни трептения. Получените резултати с двата метода установяват едно и също съотношение между амплитудата и скоростта на стационарния оптичен солитон. Нещо повече, вторият метод позволява намирането на формата на деформация на пертурбирания солитон. Проведеното числено изследване на базовото нелинейно частно диференциално уравнение напълно потвърди заключенията от аналитичния анализ, както относно съществуването на стационарни оптични солитони с определени параметри, така и изводите за тяхната стабилност. (виж работи [7-9])

2.1 Базово уравнение

Ербиевите йони в легираното с ербий влакно могат да бъдат моделирани като квантова система с две нива. Уравненията на Максвел-Блох за бавно изменящата се част от поляризацията, описващи за влиянието на ербия чрез плътността на инверсната населеност, заедно с модифицираното нелинейно уравнение на Шрьодингер (NSE) за бавно изменящата се амплитуда на електричното поле трябва да се решават заедно. За

разглеждането на оптични импулси с ширина по-голяма от диполното релаксационното време, може да бъде използвано приближено описание чрез скоростни уравнения, в които поляризацията следва оптичното поле адиабатично. Дисперсионните ефекти свързани с ериевите йони могат да бъдат включени чрез възпреимчивостта на легиращото вещество в промяната на показателя на пречупване и тогава в модифицираното NSE. Важното следствие от тази процедура е, че дисперсионните параметри на влакното стават зависими от съдържанието на легиращите примеси. Оказва се обаче, че идуцираната от примеса промяна в груповата скорост на практика е пренебрежима. Допълнителният член към дисперсията на груповите скорости дължащ се на примесите, обаче трябва да се отчита. Той описва крайната честотна лента на усилване на влакнестия усилвател и е отговорен за дисперсията на усилването. Като цяло динамиката на усилването зависи от времето на флуорисценция, енергията на насищане и конфигурацията на напмпването. За EDFA обаче, типичното време за флуорисценция е от порядъка на 10 ms. В резултат на това за къси оптични импулси, зависимостта от конфигурацията на напмпването може да бъде пренебрегната. Енергията на насищане на EDFA е от порядъка на 1mJ. Тъй като типичната енергия на импулсите е много по-малка, насищането на усилването за продължителността на единичен импулс може да бъде пренебрегнато. Всички тези обстоятелства водят до уравнението което описва разпространението на импулсите в оптичния усилвател:

$$i \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + |U|^2 U = i\delta U + i\beta \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial}{\partial t} (|U|^2) U \quad (1)$$

безразмерните променливи са въведени както следва: $x = z/L_D, t = T/T_0, U = (\gamma L_D)^{1/2} A$, $T = t' - z/v_g = t' - \beta_1 z$ тук z и t' са реалните надлъжни координати във влакното и времето, v_g е груповата скорост, $A(z, T)$ е бавно изменящата се амплитуда, $L_D = T_0^2 / |\beta_2|$ е дисперсионната дължина, T_0 е ширината на импулса, β_2 представя груповата скорост. Коефициентът пред последния член в (1) е $\gamma = T_R/T_0$, където T_R е първият момент в функцията описваща нелинейният отговор (наклона на спектъра на Рамановото усилване). Този член е свързан със забавения Раманов отклик, описва явлението Intrapulse Raman Scattering (IRS) и е отговорен за потискането на честотното самоотместване (SSFS).

$$\delta = (g_0 - \alpha)L_D/2, \beta = g_0 L_D (T_2/T_0)^2 / 2$$

Където g_0 е усилването, α са загубите във влакното, а T_2 е диполното релаксационно време. Членът пропорционален на β представя крайната честотна лента на усилване на влакнестия усилвател (дисперсия на усилването). Тук също е отчетено, че спектъра на импулса е по-тесен от лентата на усилване, която позволява апроксимацията на спектъра на усилване чрез парабола.

2.2 Пертурбационни методи

а) Адиабатично приближение на солитонната пертурбационна теория

За малки смущения, в адиабатичното приближение на солитонната пертурбационна теория (SPT) солитонните решения могат да бъдат записани както следва [3,5]:

$$U(x,t) = \eta(x) \operatorname{sech}\{\eta(x)[t - \tau(x)]\} \exp[i(-k(x)t + \sigma(x))] \quad (2)$$

където $\eta(x)$ и $k(x)$ са солитонните амплитуда и скорост (честота). Позицията на солитона $\tau(x)$ и фазата $\sigma(x)$ се дефинират съответно чрез уравненията: $d\tau(x)/dx = -k$ и $d\sigma(x)/dx = (\eta^2 - k^2)/2$. Прилагайки адиабатичния пертурбационен метод, следната система от обикновени диференциални уравнения описващи еволюцията на амплитудата и скоростта могат да бъдат изведени [3,5]:

$$\frac{d}{dx}\eta = 2\delta\eta - 2\beta\left(k^2 + \frac{1}{3}\eta^2\right)\eta; \quad \frac{d}{dx}k = -\frac{4}{3}\beta k\eta^2 + \frac{8}{15}\gamma\eta^4 \quad (3)$$

За тези уравнения са намерени следните равновесни точки:

$$\eta_* = \sqrt{\frac{\left(5\sqrt{25\beta^4 + 144\delta\beta\gamma^2} - 25\beta^2\right)}{24\gamma^2}}, \quad k_* = \frac{\left(\sqrt{25\beta^4 + 144\delta\beta\gamma^2} - 5\beta^2\right)}{12\beta\gamma} \quad (4)$$

Собствените стойности $\lambda_{1,2}$ на линеаризираната задача в околността на равновесната точка са дадени чрез (4). Собствените стойности $\lambda_{1,2}$ са решения на уравнението:

$$\lambda^2 + p\lambda + q = 0 \text{ при } p = \frac{5\beta}{9\gamma^2}\left(-5\beta^2 + \sqrt{25\beta^4 + 144\delta\beta\gamma^2}\right), \quad (5)$$

$$q = \frac{5\beta}{162\gamma^4}\left(-125\beta^5 - 720\gamma^2\beta^2\delta + (25\beta^3 + 72\gamma^2\delta)\sqrt{\Lambda}\right) \text{ с } \Lambda = 25\beta^4 + 144\beta\gamma^2\delta.$$

По отношение на β, δ, γ можем да видим че p ще бъде винаги положително $p > 0$.

Собствените стойности $\lambda_{1,2}$ се дават чрез:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{p^2 - 4q} = \\ &= \frac{1}{18\gamma^4}\left(5\beta\gamma^2\left(5\beta^2 - \sqrt{\Lambda}\right) \pm 2\sqrt{5}\sqrt{\beta\gamma^4\left(125\beta^5 + 540\beta^2\gamma^2\delta - (25\beta^3 + 36\gamma^2\delta)\sqrt{\Lambda}\right)}\right). \end{aligned} \quad (6)$$

Използвайки (4), е получена следната релация между k_* и η_*^2 :

$$k_* = 2\gamma\eta_*^2/(5\beta). \quad (7)$$

В съответствие с тази релация солитонната скорост е право пропорционална на параметъра описващ IRS, и квадрата на солитонната амплитуда, и обратно пропорционална на параметъра β , който описва крайната честотна лента на влакнестия усилвател.

б) Нов пертурбационен подход

Пертурбационен метод алтернативен на адиабатичния такъв от SPT е предложен в [7,8]. Той съдържа съдържа две стъпки. В първата стъпка се получава уравнение на Дуфинг-Ван дер Пол. Във втората стъпка това уравнение се анализира с помощта на наскоро предложените два хиперболични пертурбационни метода [5,6]. Стационарното решение на базовото уравнение (1) се търси във вида:

$$U(x,t) = u(\xi) \exp(i(f(\xi) + Kx)), \quad (8)$$

Където: $\xi = t - Mx$ (M и K са реални числа). Уравнението на силно нелинейния Duffing – Van der Pol осцилатор беше приложено за приближено описание на функцията $u(\xi)$ [8].

$$u'' + c_1 u + c_3 u^3 = \varepsilon (\mu - \mu_1 u^2) u', \quad (9)$$

където: $c_1 = -2K$, $c_3 = 2$, $\mu = -4\beta M/\gamma$ и $\mu_1 = -4$. Параметъра μ е контролен в методите [5,6]. Критичните стойности на $\mu_{c_0} = -4\beta M_{c_0}/\gamma$ и M_{c_0} отговорни за формиране на смутения солитон се дават чрез релацията, намерена в [8] (където $a_0^2 = -2c_1/c_3 = 2K$):

$$M_{c_0} = 2\gamma a_0^2 / (5\beta) \quad (10)$$

Хиперболичният Линстедт-Поанкаре метод беше приложен за изучаване на (9) [6]. Така за смутеното решение на силно нелинейния Duffing–Van der Pol осцилатор, намерено в [7,8] се получава (където $\omega_0^2 = -c_1 = 2K$):

$$u(\tau) = u_0(\tau) + \varepsilon u_1(\tau) + O(\varepsilon^2) = a_0 \left(1 - (4\gamma a_0/5) \ln(\cosh(\tau)) \tanh(\tau) \right) \operatorname{sech}(\tau) + O(\varepsilon^2) \quad (11a)$$

$$\mu = \mu_{c_0} + \varepsilon \mu_{c_1} + O(\varepsilon^2) = -8a_0^2/5 + O(\varepsilon^2). \quad (11b)$$

2.3. Числено изследване на базовото уравнение.

За да бъдат потвърдени установените в част 2.2. резултати, беше числено решено базовото уравнение (1) [9]. Решението беше реализирано на базата на метода на К. Blow, D. Wood [10]. Базовото уравнение беше решавано с начални условия: $U(0, t) = \eta \operatorname{sech}(\eta t)$.

Първо, числено бе потвърдено съществуването на оптични солитони с амплитуда и честота определени в съответствие с (4) и (5) посредством адиабатичното приближение на солитонната пертурбационна теория (СПТ) [9]. В съответствие със СПТ (4) и (5) при следните материални параметри: $\delta \in (5 \cdot 10^{-3} \div 0.5)$, $\beta \in (1 \cdot 10^{-3} \div 0.3)$ и $\gamma \in (1 \cdot 10^{-4} \div 0.3)$, се очаква появата на стабилни солитонни импулси с асимптотично запазващи се стойности на амплитудата и честотата (скоростта) съответно [9]:

$\delta \cdot 10^{-1}$	$\beta \cdot 10^{-2}$	$\gamma \cdot 10^{-4}$	η_{PT}	k_{PT}	η_N	k_N	$\Delta\eta\%$	$\Delta k\%$
4.5	2	1	21.007	-8.826	20.963	-8.831	0.21	0.06
4	0.8	50	5.074	-6.436	5.089	-6.426	0.29	0.16
5	0.5	5	12.910	-6.667	12.870	-6.662	0.31	0.07
5	0.75	5	12.297	-4.033	12.283	-4.034	0.12	0.04
5	0.875	5	11.853	-3.211	11.838	-3.217	0.13	0.04
5	1	5	11.392	-2.596	11.385	-2.596	0.06	0.01
5	1.125	5	10.943	-2.129	10.931	-2.129	0.11	0.03
5	1.25	5	10.517	-1.770	10.513	-1.771	0.04	0.08

Таблица 1. Числени η_N, k_N и аналитични η_{PT}, k_{PT} стойности на амплитудата и скоростта на формираните стационарни импулси и относителната грешка м/у числен и аналитичен резултат.

Както се вижда от табл. 1 с нарастване на β скоростта $|k_N|$ намалява, което означава че усилването в ограничена честотна лента (BLA) редуцира отместването на формирания солитонен импулс във времевата и честотната области (suppression of SSFS) като беше наблюдавано отлично съответствие с аналитичните данни. По този начин изведената чрез развитите пертурбационни методи връзка между асимптотично запазващите се скорости и амплитуди на смутеното стационарно решение беше числено потвърдена [9].

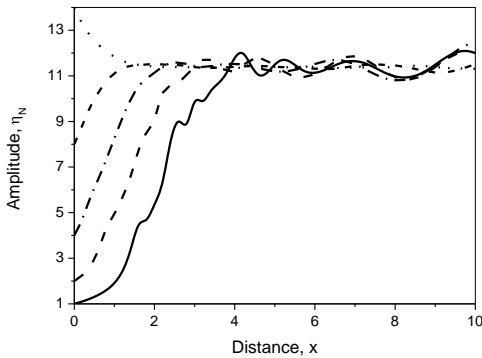


Fig. 5a

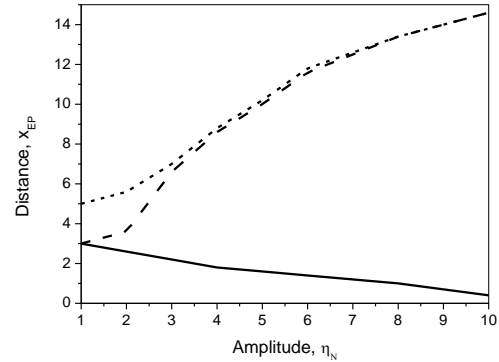
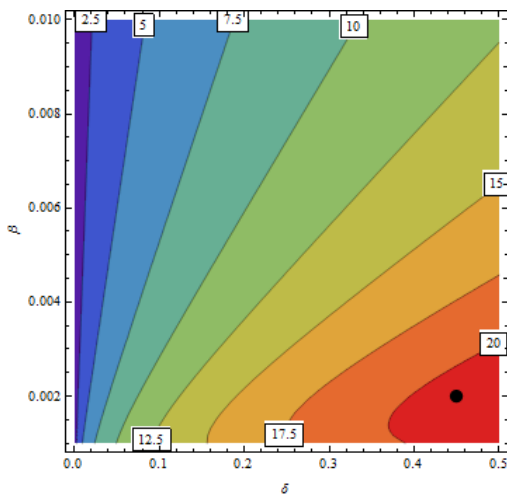


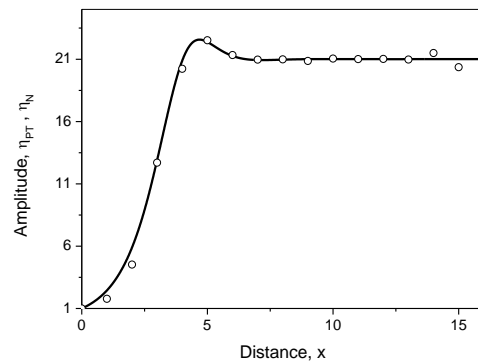
Fig. 5b

Фиг. 5(а): Пикова амплитуда на начален импулс $U(0,t) = \eta \operatorname{sech}(\eta t)$ като функция на разстоянието за $\delta = 0.5, \beta = 0.01$ и $\gamma = 5 \cdot 10^{-4}$: $\eta = 1$ (solid line), $\eta = 2$ (dashed line), $\eta = 4$ (dashed-dotted), $\eta = 8$ (short dashed-dotted), and $\eta = 14$ (dotted line). Фиг. 5(б): Разстояние x_{EP} (solid line) на поява на стационарна амплитуда; формиране на втори стационарен импулс (dashed line), трети стационарен импулс (short dashed line), като функция на началната амплитуда η_N .

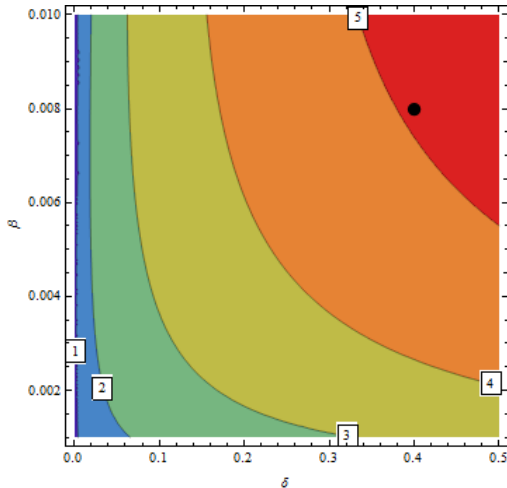
Получена е асимптотична стойност на амплитудата в условията на действие на BLA, при която начален импулс с $\eta = 1$ формира равновесна амплитуда $\eta \sim 20$ при което имаме екстремално голяма стойност на коефициента на компресия [9].



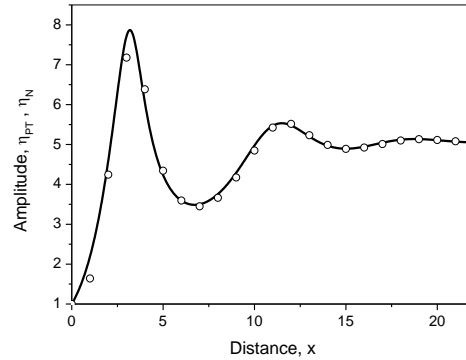
Фиг. 6(а) $\gamma = 0.0001$



Фиг. 6(б) $\gamma = 0.0001$



Фиг. 6(в) $\gamma = 5 \cdot 10^{-3}$

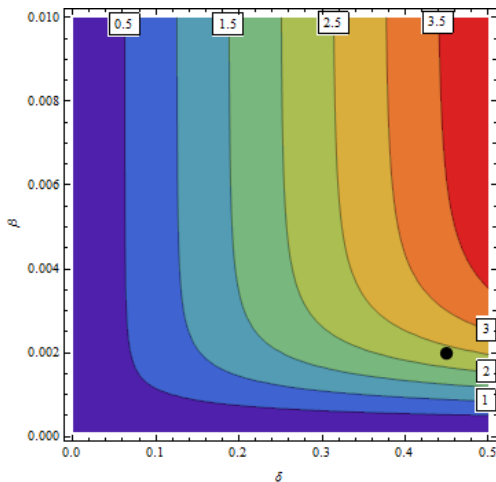


Фиг. 6(г) $\gamma = 5 \cdot 10^{-3}$

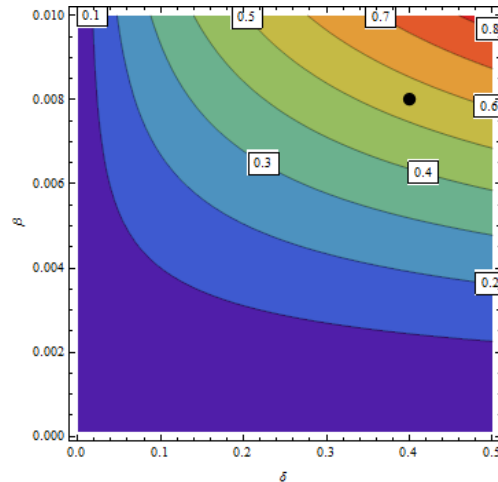
Фиг. 6(а,в) Зависимостта на η_{PT} от δ и β при $\gamma = 0.0001$ и $\gamma = 5 \cdot 10^{-3}$; Фиг. 6(б,г) Еволюция на амплитудата в зависимост от разстоянието в съответствие с (4) (пътна линия) и числено решение на (1) (кръгчета) за $\delta = 0.45, \beta = 0.002, \gamma = 0.0001$ и за $\delta = 0.4, \beta = 0.008, \gamma = 0.005$

На фиг. 6 са представени възможните амплитуди $\eta_{PT} = \eta_{PT}(\delta, \beta)$ при стойности на $\gamma = 0.0001$ и $\gamma = 5 \cdot 10^{-3}$. На фиг. 6(б) са показани амплитудата при численото решаване на базовото уравнение и данните получени в резултат на солитонната пертурбационна теория. Виждаме полученото отлично съответствие на теоретичните резултати и общото числено решение на (1).

Значението на параметъра p (5) във формулата за собствените стойности $\lambda_{1,2}$ (6) на линеаризираната задача в околността на стационарната точка определя минималното разстояние на разпространение x_{EP} необходимо на фундаменталния солитон с $\eta = 1$ да достигне равновесните си параметри. На фиг. 7 е представена зависимостта $p(\delta, \beta)$ от γ ($\gamma = 1 \cdot 10^{-4}$ и $\gamma = 5 \cdot 10^{-3}$) [9].



Фиг. 7(а) $\gamma = 1 \cdot 10^{-4}$



Фиг. 7(б) $\gamma = 5 \cdot 10^{-3}$

Fig.7. Зависимост $p(\delta, \beta)$: а) $\gamma = 1 \cdot 10^{-4}$; б) $\gamma = 5 \cdot 10^{-3}$; (Точката е обяснена долу)

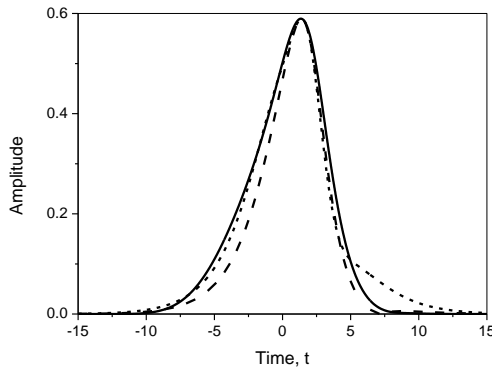
Както се вижда от фиг. 7(а) и 7(б) за фиксирана γ , p нараства с δ и β . С нарастване на γ при фиксирани стойности на δ и β , p намалява. За да получим стойността на коефициента на компресия за минималното разстояние x_{EP} , първо трябва да изберем подходящи значения на δ , β and γ от фиг. 6. От фиг. 7 трябва да изберем максималната възможна стойност на p , би дало минималното разстояние x_{EP} за формиране на равновесните параметри.

На фиг. 6(б) and фиг. 6(г) са сравнени резултатите за амплитудата от численото решение на (1) и от (4) (начални условия $\eta = 1, k = 0$) за случаите: а) $\delta = 0.45, \beta = 0.002, \gamma = 0.0001$ и б) $\delta = 0.4, \beta = 0.008, \gamma = 0.005$. Очакваните равновесни амплитуди (и коефициенти на компресия) и стойностите на p са представени като черни точки на фиг. 6(а), фиг. 6(в) и фиг. 7(а), фиг. 7(б). Съгласно (4) равновесните стойности на солитонните параметри са $\eta_{PT} = 21.007, k_{PT} = -8.826$ (фиг. 6(б)) в първия случай и $\eta_{PT} = 5.074, k_{PT} = -6.436$ (фиг. 6(г)) във втория. Съответните стойности на p са: $p = 2.354$ (фиг. 7(а)) и $p = 0.549$ (фиг. 7(б)).

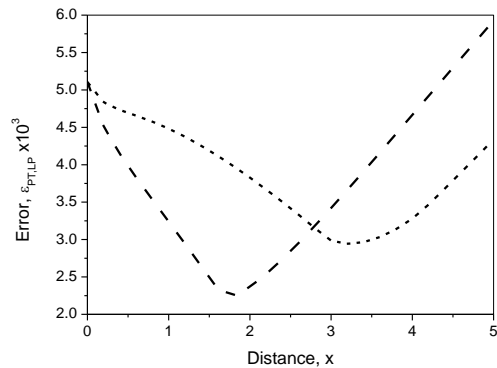
2.4. Сравнение на израза получен с помощта на хиперболичния Линстедт-Поанкаре пертурбационен метод с численото решение на базовото уравнение и аналитичното решение на Гагنون и Беланжер в [11].

Намерената форма на смутеното стационарно решение в [7,8] чрез прилагане на пертурбационен метод, базиран на силно нелинейния Дуфинг-Ван Дер Пол осцилатор и на хиперболичния Линстедт-Поанкаре пертурбационен метод бе също числено потвърдена.

Намереното в [8] решение (11) за силно нелинейния Duffing–Van der Pol осцилатор е сравнено в [9] с численото такова на базовото уравнение ($\eta = a_0 = 1, \delta = 0.05, \beta = 0.4, \gamma = 0.8$) и с аналитичен извод намерен Eq. (3.5-3.6) в [11]. Резултата е представен на графиките по долу. Показана е също и изчислената относителна грешка при сравнението на двата аналитични резултата с численото решение.



Фиг. 8(а)



Фиг. 8(б)

Фиг. 8(а). Сравнение на численото решение (solid line) и аналитичният резултат (3.5-3.6) от [11] (short dashed line) и израза (11) (dashed line) при $\delta = 0.05, \beta = 0.4, \gamma = 0.8, x = 5$.

Фиг. 8(б). Усреднена относителна грешка: Eq. (3.5-3.6) от [11] (short dashed line), и (14) (dashed line) за $\delta = 0.05, \beta = 0.4, \gamma = 0.8$.

Фиг. 8(a) показва, че за малки стойности на β , аналитичните резултати Eq. (3.5-3.6) в [11] и (11) в [8] съответстват качествено на численото решение. При увеличаване на разстоянието обаче, грешката за Eq. (3.5-3.6) of [11] ε_{PT} става по-малка от ε_{LP} за $x = 5$: $\varepsilon_{PT} = 0.00434$, докато $\varepsilon_{LP} = 0.00593$ (Фиг. 8(b)).

2.5 Кратко обобщение на получените по част 2 резултати.

В тази част от проекта бе изучавано усилването със EDFA на свръхкъси пико и фемтосекундни оптични импулси. Предложени са два типа пертурбационен анализ на изменението на оптичните импулси [7,8], както и подробно числено изследване на базовото уравнение [9].

Първо, е използвано адиабатичното приближение на солитонната пертурбационна теория. С негова помощ са намерени стационарни точки в съответната система от обикновени диференциални уравнения за амплитудата и честотата на солитона [8,9]. Изучена е стабилността на всяка стационарна точка и разстоянието необходимо за формиране на получените равновесните стойности на амплитудата и честотата [9]. Съществуването на всяка стационарна точка бе потвърдено чрез численото решаване на базовото уравнение. Намерена бе връзка между равновесната солитонна скорост и амплитуда на смутеното стационарно решение, чието съществуване също беше потвърдено числено [9].

Второ, бе предложен нов аналитичен метод за пертурбационен анализ на изменението на оптичните импулси. Този метод се състои от две стъпки. В първата се въвежда уравнението на Дуфинг-Ван дер Пол. При втората стъпка за изучаването на това уравнение са приложени два хиперболични метода предложени наскоро в [5,6]. Чрез втория от тях (хиперболичния Лиенстедт-Поанкаре метод) беше аналитично получено описание на изменението на формата на импулса в присъствие на Раманово разсейване [8]. Съществено е да се отбележи, че този резултат не може да бъде получен чрез адиабатичното приближение на солитонната пертурбационна теория. Освен това, в [9] бе получено качествено съответствие на получения резултат (11) [8] с численото решение на (1), както и с по-ранен аналитичен резултат, получен чрез друг метод [11]. Оригиналните резултати описани в тази част са публикувани в [7,8,9].

Използвана литература в част 2:

- [1] G.P. Agrawal, "Nonlinear Fiber Optics" (Academic Press, third edition, 2001).
- [2] G.P. Agrawal, "Applications of Nonlinear Fiber Optics" (Academic Press, 2001).
- [3] A. Hasegawa, Y. Kodama, "Solitons in Optical Communications" (Clarendon Press, 1995).
- [4] K.J. Blow, N.J. Doran, and D. Wood, J. Opt. Soc. Am. B5, 1301 (1988).
- [5] Y.Y. Chen and S.H. Chen., Nonlinear Dyn. 58, 417 (2009).
- [6] Y.Y. Chen, S.H. Chen, and K.Y. Sze, Acta Mech. Sin. 25, 721 (2009).
- [7] Uzunov I.M., On the description of the solitary waves in the presence of distributed bandwidth limited optical amplification and intrapulse Raman scattering, Advanced Aspects of Theoretical Electrical Engineering Sozopol 2010, Part 2 Reg. paper, pp.95-103.

- [8] Uzunov I.M., On the description of the suppression of the soliton self-frequency shift by bandwidth limited optical amplification, Phys. Rev. E, vol. 82, 066603 (2010).
- [9] Uzunov I.M., T. Arabadzhiev, SUPPRESSION OF THE SOLITON SELF-FREQUENCY SHIFT AND COMPRESSION IN THE PRESENCE OF BANDWIDTH-LIMITED AMPLIFICATION, Phys. Rev. vol. 84, 026607, 2011
- [10] K. Blow, D. Wood, IEEE Journal of Quantum Electronics, 25 (12), 2665-2673, (1989).
- [11] L. Gagnon and P.A. Belanger, Phys. Rev. A 43, 6187 (1991).

3. Числени методи

Резюме: За провеждането на необходимото числено изследване на Рамановото саморазсейване при усилване с оптичен усилвател с легирано с ербий влакно бе направено детайлно сравнение на съществуващите методи за пресмятане на този тип нелинейни частни диференциални уравнения. Особено внимание заслужава проведеното сравнение на усреднената относителна грешка за следните два метода: а) метод на Blow и Wood подобрен чрез използването на Рунге–Кута от 4-ти порядък за решаването на нелинейната стъпка и б) метод на картината на взаимодействие с използването на Рунге–Кута от 4-ти порядък. Получените резултати показаха, че усреднената относителна грешка при втория метод е по-малка и следователно той е по-добрият при изследването на Рамановото саморазсейване при усилване с оптичен усилвател с легирано с ербий влакно.

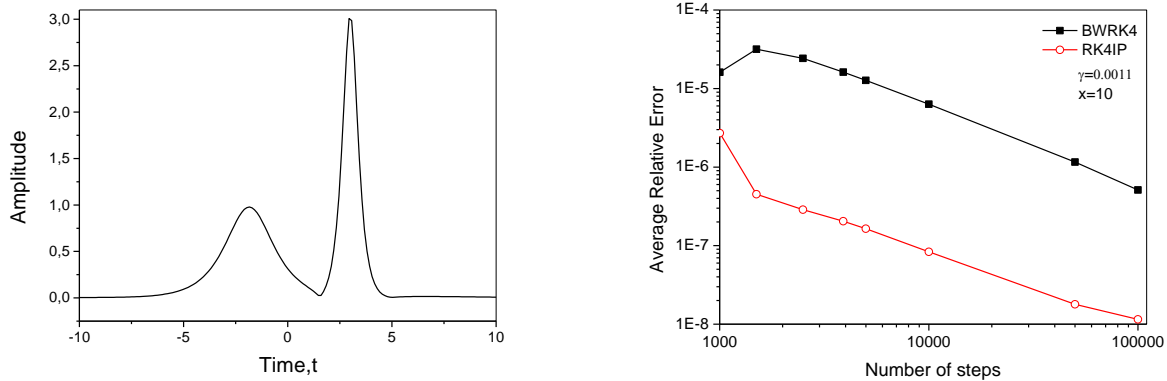
3.1. Сравнение на два числени метода за анализ на Раманово саморазсейване в оптични влакна.

За решаване на базовото уравнение (1) (описано в част 2) използвано за моделиране на Раманово саморазсейване в оптични влакна бяха оптимизирани и приложени числени методи с висока точност като Фурие метода на разделяне по физични фактори (SSFM) реализиран по схемата на Blow и Wood с Рунге–Кута от 4-ти порядък (BWRK4) и метода „Runge-Kutta 4 in the interaction picture“ (RK4IP).

Фурие методът на разделяне по физични фактори (SSFM) отстояваше позицията си на един от най-точните и бързи методи при решаване на Нелинейното уравнение на Шрьодингер (NSE) повече от десетилетие [1,2], докато в серията статии [3-5] беше представен нов метод използващ математични концепции и преобразования присъщи на квантовата механика и по специално т.нар. „картина на взаимодействие“ („interaction picture“). Благодарение на тази математична концепция след трансформирането на операторите в “interaction picture” за решаването на NSE е възможно да се използва алгоритъма за решаване на обикновени диференциални уравнения известен като Рунге–Кута от 4-ти ред. Новият метод е отбелязан с абривиатурата RK4IP (Runge-Kutta 4 in the interaction picture) [3-5]. Сравнението на този нов метод с най-добрите варианти на SSFM като варианта на Blow и Wood подобрен чрез използването на метода на Рунге–Кута от 4-ти порядък за решаването на нелинейната стъпка (BWRK4), показват че двата метода са напълно еквивалентни при моделирането на двусолитонни гранични състояния [4] (случай в който можем да сравняваме с точните солитонни решения на NSE). Когато не са

известни точни решения на NSE и в разглеждания от нас случай (1) - част 2, където е отчетено и Рамановото разсейване, в [4] и [8] е намерено, че RK4IP е по-точният метод.

Използвайки последователно RKIP4 и BWRK4 изследвахме точността на методите при моделиране на разпада на начален 2-солитонен оптичен импулс с форма $2\text{sech}(t)$ под влияние на IRS [6,8]. Теоретично началния двусолитонен импулс трябва да се разпадне на двата съставлящи го солитонни импулса с нормализирани амплитуди 1 и 3 в съответствие с [7]. Стойността на параметъра описващ Рамановото саморазсейване е $\gamma = 0.0011$, което съответства на начална ширина на импулса от порядъка на $3\mu\text{s}$. Нормираното разстояние на пресмятане е фиксирано на $x=10$. Стойностите параметрите са избрани така, че да съответстват използваните в [6].



Фиг. 9(а) (ляво) Разпадане на началното двусолитонно състояние в присъствието на IRS, кривите от RK4IP и BWRK4 съвпадат, амплитудите на съставлящите солитони съвпадат с теоретичните стойности с точност до хилядните.

Фиг. 9(б) (дясно) Оценка на усреднената относителна грешка за двата метода в зависимост от броя на стъпките при пресмятане за разстояние $x=10$

Резултатите на фиг. 9(а) са в пълно съответствие с резултатите от фиг. 1 в [6], което е доказателство за правилността при пресмятането и реализацията на числените алгоритми. На фигурата ясно се вижда разпада на началния двусолитонен импулс в следствие от IRS на два импулса с амплитуди съответстващи на очакваните [7]. Вижда се солитонното самоотместване в резултат от IRS, като стойностите на солитонното самоотместване на двата импулса съвпадат с тези от фиг. 1 в [6]. На фиг. 9(б) е показана точността на пресмятането по всеки от двата изследвани метода при равен брой стъпки на фиксираното разстояние. Вижда се превъзходството по точност на RK4IP пред BWRK4. Резултатът е в съответствие с [4].

Допълнително беше разработен и изследван оптимизиран вариант на метода BWRK4 с контрол на грешката и адаптивна стъпка (ABWRK4), който показва отлични резултати при изследване разпада на многосвързани солитонни състояния [9].

Доказана е валидността на проведените премятания и е тествана успешно създадената програмна реализация на сравняваните методи чрез полученото добро съответствие с [4,6]. Представеното сравнение на усреднената относителна грешка на BWRK4 и RK4IP при моделиране на Раманово саморазсейване в оптични влакна чрез базовото уравнение (1)

показва ясно изразено превъзходство на RK4IP, което е в съответствие с аналогичен резултат при моделиране на Раманово разсейване в [4] с по-сложен модел.

Използвана литература по част 3.

- [1] T. Hohage, F. Schmidt, "On the Numerical Solution of Nonlinear Schrodinger Type Equations in Fiber Optics", Konrad-Zuze-Zentrum fur Informationstechnik Berlin, Report 02-04, 2002
- [2] K. Blow, D. Wood, "Theoretical Description of Transient Stimulated Raman Scattering in Optical Fibers", 25 (12), p. 2665-2673, 1989
- [3] B.M. Caradoc-Davies, "Vortex Dynamics in Bose-Einstein Condensates", PhD thesis, University of Otago, Dunedin, New Zealand, (2000)
- [4] J. Hult, "A Fourth-Order Runge–Kutta in the Interaction Picture Method for Simulating Supercontinuum Generation in Optical Fibers", J. Lightwave Technology, 25, 3770-3775, (2007)
- [5] Zhongxi Zhang, Liang Chen, Xiaoyi Bao, "A fourth-order Runge-Kutta in the interaction picture method for numerically solving the coupled nonlinear Schrodinger equation", Optics Express, Vol. 18, Issue 8, pp. 8261-8276 (2010)
- [6] K. Tai, A. Hasegawa, and N. Bekki, "Fission of optical solitons induced by stimulated Raman effect", Opt. Letters, vol. 13, 392-394, (1988).
- [7] J. Satsuma, N. Yajima, "Initial value problems of one dimensional self-modulation of nonlinear waves in dispersive media", Suppl. of the Progr. of Theoret. Phys., 55, 284-306, (1974)
- [8] Арабаджиев Т, Узунов И., "Сравнение на два числени метода при изследване на Рамановото саморазсейване в оптични влакна", Сборник с популярни и научни доклади на Дни на Физиката 2011, ISSN: 1313-9576
- [9]. Arabadzhiev T., Uzunov I.M., Optimization of the Blow-Wood split-step Fourier method for investigating of the N-soliton bound states in optical fibers, Summer School: Advanced Aspects of Theoretical Electrical Engineering Sozopol 2010, Part 2 Regular papers, pp. 109-116.

4. Извършване на пертурбационен анализ на силно нелинейна система обикновени диференциални уравнения (СОДУ) с помощта на функциите на Якоби.

4.1. Получаване и числено решаване на СОДУ на нелинеен оптичен съединител.

Основните уравнения в безразмерен вид описващи оптичното превключване в нелинеен оптичен съединител имат вида [1,4]:

$$i \frac{dU}{d\xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + |U|^2 U + KV = 0; \quad i \frac{dV}{d\xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial \tau^2} + |V|^2 V + KU = 0 \quad (1)$$

където $U(\xi, \tau)$ са $V(\xi, \tau)$ са временните обвивки на импулсите в двете рамена на съединителя. Безразмерният коефициент на връзка K между двете временни обвивки е равен на произведението от коефициента на връзка между модите в двата вълновода и дисперсионната дължина. Ако потърсим временните обвивки $U(\xi, \tau)$ и $V(\xi, \tau)$ във вида [3]:

$$U(\xi, \tau) = u(\tau, q) \exp(iq\xi), \quad V(\xi, \tau) = v(\tau, q) \exp(iq\xi) \quad (2)$$

където q е параметър на състоянието на солитоните $u(\tau, q)$ и $v(\tau, q)$ са реални функции. Въвеждайки нови променливи чрез съотношенията: $u = \sqrt{q}f, v = \sqrt{q}g, \tau = t/\sqrt{q}, k = K/q$, получаваме следната система от обикновени диференциални уравнения за функциите

$$f(t) \text{ и } g(t): \frac{1}{2} \frac{d^2 f}{dt^2} - f + f^3 + kg = 0; \quad \frac{1}{2} \frac{d^2 g}{dt^2} - g + g^3 + kf = 0 \quad (3)$$

Параметърът $k = K/q$ описва свойствата на вълноводите (K) и на импулса (q). След допълнителна смяна на променливите: $f = (x + y)/\sqrt{2}, g = (x - y)/\sqrt{2}$ получаваме:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 x}{dt^2} - 2(1-k)x + x^3 + 3xy^2 = 0; \quad \frac{1}{2} \frac{d^2 y}{dt^2} - 2(1+k)y + y^3 + 3yx^2 = 0 \quad (4)$$

Хамилтонианът на системата (4) е: $H = T + V$

$$T = 1/2 \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + 1/2 \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \quad \text{и} \quad V = -(x^2 + y^2) + k(x^2 - y^2) + 1/2(x^2 + y^2)^2 - 1/4(x^2 - y^2)^2 \quad \text{са}$$

кинетичната и потенциалната енергия. Потенциалната енергия може да се запише във вида: $V = V_{LAKSH} + k(x^2 - y^2)$, където при $k = 0$ се получава хамилтонова и интегрируема система [5]. Параметърът k контролира колко близко е системата до интегрируемия случай. При малки стойности на k системата е близко до интегрируема. Чрез

$y_1(t) = x(t), y_2(t) = \frac{dx}{dt}, y_3(t) = y(t), y_4(t) = \frac{dy}{dt}$, системата (4) окончателно придобива вида:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} y_1(t) &= y_2(t) & \frac{d}{dt} y_3(t) &= y_4(t) \\ \frac{d}{dt} y_2(t) &= 2(1-k)y_1(t) - y_1^3(t) - 3y_1(t)y_3^2(t) & \frac{d}{dt} y_4(t) &= 2(1+k)y_3(t) - y_3^3(t) - 3y_3(t)y_1^2(t) \end{aligned} \quad (5)$$

Точките на равновесие на системата (5), бяха пресметнати като функция на безразмерния параметър k [6]. Стабилността на точките на равновесие на системата (5) бе изследвана също в [6], с помощта на метода предложен в [7,8]. Числено бе изследвано поведението на системата. Някои от получените резултати бяха представени по-рано в [6], включително някои резултати по възникване на хаос в системата.

Получените числени резултати ще бъдат са полезни при аналитично изследване на системата (5). Разглеждането може да бъде извършено с помощта на хиперболичен пертурбационен метод [9]. Същността на подхода е да се намери приближено решение на системата при малки стойности на безразмерния параметър k . Това приближено решение се очаква да бъде записано с помощта на елиптични функции на Якоби. Като потенциален метод за аналитичното разглеждане на системата (5) се разглежда също и метода на Мелников [10].

Използвана в част 4 литература:

- [1] Agrawal, G.P. "Applications of Nonlinear Fiber Optics", Academ. Press, San Diego, (2001).
 [2] Akhmediev N. N., and Ankiewicz A., "Solitons. Nonlinear Pulses and Beams", chapter 8, Chapman and Hall, (1997).

- [3] Akhmediev N.N., and Ankiewicz A., "Novel soliton states and bifurcation phenomena in nonlinear couplers", Phys. Rev. Lett., 70, 2395-2398, (1993).
- [4] Uzunov, I.M., Muschall, R., Golles, M., Kivshar, Yu.S., Malomed B., and Lederer, F., "Pulse switching in nonlinear fiber directional coupler", Phys. Rev. E, 51, 2527-2537, (1995).
- [5] Lakshmanan, M., and Sahadevan, R., "Coupled quartic anharmonic oscillators, Painlevé analysis, and integrability", Phys. Rev. A, 31, 861-876, (1985).
- [6] Uzunov I.M., Hamiltonian dynamical systems with finite degrees of freedom and optical switching, Summer School: Advanced Aspects of Theoretical Electrical Engineering, Sozopol 2009, edited by Valery Mladenov, Part 1 Plenary lectures, pp. 91-105.
- [7] Howard, J.E., and Mackay, "Calculation of linear stability boundaries for equilibria of Hamiltonian systems", Phys. Lett. A122, 331-334, (1987).
- [8] Mackay R.S., "Stability of equilibria of Hamiltonian system", Nonlinear Phenomena and Chaos, pp. 254-270, (1986).
- [9] Chen S.H., and Y. K. Cheung, "An elliptic perturbation method for certain strongly non-linear oscillators", Journal of Sound and Vibration, 192(2), pp.453-464, (1996).
- [10] Guckenheimer J., and Holmes P., "Nonlinear oscillations, dynamical systems, bifurcations of vector fields", Springer-Verlag, (1983).

5. Публикации по проекта.

Резултатите на участниците в проекта са отпечатани в общо 7 публикации (списък):

2 статии в престижното международно списание „Physical Review E“.

4 доклада от научни конференции и събития, отпечатани в пълен текст,

1 публикация е приета за печат в „Годишник на ТУ-София“ за 2011 г.

Списък:

- [1] Uzunov I.M., On the application of the model of the effective bandwidth of the amplified spontaneous emission in the investigation of EDFA, Summer School: Advanced Aspects of Theoretical Electrical Engineering Sozopol 2010, edited by Valery Mladenov, Part 1 Plenary lectures, pp. 90-101. (изпратена за печат в списание, 2010)
- [2] Uzunov I.M., On the description of the solitary waves in the presence of distributed bandwidth limited optical amplification and intrapulse Raman scattering, Summer School: Advanced Aspects of Theoretical Electrical Engineering Sozopol 2010, edited by Valery Mladenov, Part 2 Regular papers, pp. 95-103.
- [3] Uzunov I.M., On the description of the suppression of the soliton self-frequency shift by bandwidth limited optical amplification, Phys. Rev. E, vol. 82, 066603 (2010).
- [4] Uzunov I.M., T. Arabadzhiev, SUPPRESSION OF THE SOLITON SELF- FREQUENCY SHIFT AND COMPRESSION IN THE PRESENCE OF BANDWIDTH-LIMITED AMPLIFICATION, Phys. Rev. E, vol. 84, 026607, 2011 (2011)
- [5] Arabadzhiev T., Uzunov I.M., Optimization of the Blow-Wood split-step Fourier method for investigating of the N-soliton bound states in optical fibers, Summer School: Advanced Aspects

of Theoretical Electrical Engineering Sozopol 2010, edited by Valery Mladenov, Part 2 Regular papers, pp. 109-116.

[6] Арабаджиев Т, Узунов И., „Сравнение на два числени метода при изследване на Рамановото саморазсейване в оптични влакна“, Сборник с популярни и научни доклади на Дни на Физиката 2011, ISSN: 1313-9576

[7] Т. Арабаджиев, И. Узунов, Ц. Мицев, К. Димитров, „Експериментално изследване на модела на ефективната спектрална ширина на шумовата мощност на оптични усилватели с легирано с ербий влакно“, Годишник на ТУ-София, 2011, приета за печат, том. 61.

02.11.2011 г.
гр. София

Ръководител на договор 102 ни 122-20:
/проф. дфн. Иван М. Узунов/